



OsziWissen

Sampling und Aliasing Übungen

Sampling, Aliasing und Rekonstruktion — Simulator für Lehre und Selbststudium

Stand: September 2026

Sampling und Aliasing — Übungen

Inhalt

Teil 1 — Sampling-Simulator	4
Versuch 1: Aliasing sichtbar machen	4
Versuch 2: Der Grenzfall bei der Nyquistfrequenz	4
Versuch 3: Knapp unterhalb der Nyquistfrequenz	4
Versuch 4: Oberwellen ohne Tiefpass	4
Versuch 5: Zweiton dicht unter der Nyquistfrequenz	5
Teil 2 — Erfassungskette	6
Versuch 6: Woher die Vorgeschichte kommt	6
Versuch 7: Was die Dezimierung verwirft	6
Versuch 8: Der Unterschied der beiden Triggerbauweisen	6

Teil 1 — Sampling-Simulator

Versuch 1: Aliasing sichtbar machen

Signalform Sinus, Knopf „20 Samples/Periode“, dann „Zeitbasis passend“. Die ideale Rekonstruktion einschalten: Sie liegt auf dem Eingangssignal. Nun die Sample Rate langsam verringern. Solange die Sample Rate über dem Doppelten der Signalfrequenz liegt, bleibt alles deckungsgleich. Darunter löst sich die orange Kurve vom Eingangssignal und wird langsamer — sie ist nun die Aliaskurve, während die Samples auf beiden Kurven liegen bleiben. Im Frequenzbild wandert gleichzeitig eine orange Kopie ins grüne Fenster.

Versuch 2: Der Grenzfall bei der Nyquistfrequenz

Knopf „Genau bei Nyquist“, dann allein die Sample-Phase verändern. Das Eingangssignal bleibt unverändert, die Samples laufen von der vollen Amplitude bis auf die Nulllinie:

Sample-Phase	Scheitelwert der Rekonstruktion
0 Grad	0,000
45 Grad	0,383
90 Grad	0,707
135 Grad	0,924
180 Grad	1,000
270 Grad	0,707
360 Grad	0,000

Die Samples enthalten Amplitude und Nullphasenwinkel nur noch als Produkt:

$$x[n] = A \sin(\pi n + \varphi) = A (-1)^n \sin \varphi$$

Aus einem Produkt lassen sich seine beiden Faktoren nicht zurückgewinnen. Bei 0 Grad ist die Rekonstruktion die Nulllinie — die Frequenz wäre bekannt, die Amplitude ist es nicht. Deshalb lautet das Sampling-Theorem $f < f_s/2$ und nicht $f \leq f_s/2$. Die in vielen Büchern zu lesende Bedingung „Sample Rate mindestens doppelte Signalfrequenz“ schließt den Grenzfall fälschlich ein.

Versuch 3: Knapp unterhalb der Nyquistfrequenz

Knopf „Knapp über Nyquist“ setzt die Sample Rate auf das 2,1-fache der Signalfrequenz. Beide Rekonstruktionen einschalten. Bei kurzer Zeitbasis liegt die violette Kurve deutlich neben der orangen und überschätzt die Amplitude. Dreht man die Zeitbasis heraus, laufen beide zusammen. Der Grund: Die Samples wandern mit der Differenzfrequenz durch alle Phasenlagen des Signals, und erst über eine volle Schwebungsperiode hinweg erreichen sie auch den Scheitel. Je näher die Signalfrequenz an der Nyquistfrequenz liegt, desto länger muss der Datensatz sein.

Versuch 4: Oberwellen ohne Tiefpass

Signalform Rechteck, Sample Rate so einstellen, dass die Grundwelle sauber unterhalb der Nyquistfrequenz liegt. Die Statuszeile meldet trotzdem Aliasing: Die Oberwellen liegen darüber, und ihre

Kopien landen einzeln im Basisband. Im Frequenzbild ist zu sehen, dass sie dort auf Frequenzen landen, die in keinem einfachen Verhältnis zur Grundwelle stehen. Genau deshalb sitzt vor jedem Wandler ein Tiefpass.

Versuch 5: Zweiton dicht unter der Nyquistfrequenz

Signalform Zweiton, Signalfrequenz 12 kHz, Sample Rate 57,8 kSa/s, Zeitbasis 20 μ s/Div. Samples, ideale Rekonstruktion und $\sin(x)/x$ aus dem Fenster einschalten, das Eingangssignal ausschalten. Die zweite Teilschwingung liegt bei $2,4 \cdot 12 = 28,8$ kHz, nur 100 Hz unter der Nyquistfrequenz von 28,9 kHz. Die Statuszeile meldet grün, die ideale Rekonstruktion liegt exakt auf dem Eingangssignal — und doch zeigt die $\sin(x)/x$ -Kurve fast nur die 12-kHz-Schwingung.

Der Grund liegt in den Samples der zweiten Teilschwingung. Mit $\Delta f = f_s/2 - f_2 = 100$ Hz gilt für sie:

$$x_2[n] = \sin(2\pi f_2 n T_s) = -(-1)^n \sin(2\pi \Delta f n T_s)$$

Die Werte wechseln von Sample zu Sample das Vorzeichen, und ihre Hüllkurve schwillt mit nur 100 Hz an. Sie beginnt bei null und erreicht die volle Amplitude erst nach 2,5 ms. Am Ende des Fensters von 200 μ s steht sie erst bei einem Achtel des Endwerts: Die zwölf Samples enthalten vom zweiten Ton fast nichts, und die $\sin(x)/x$ -Rekonstruktion gibt genau das wieder. Die ideale Rekonstruktion dagegen setzt den zweiten Ton aus der Kenntnis des Eingangssignals ein — ein Vorteil, den nur der Simulator hat.

Im Frequenzbereich betrachtet liegen die Linie bei 28,8 kHz und ihre erste Kopie bei $f_s - 28,8$ kHz = 29,0 kHz nur 200 Hz auseinander. Zwei Linien im Abstand Δf lassen sich erst bei einer Beobachtungsdauer von etwa $1/\Delta f$ trennen, hier also 5 ms. Die Information ist nicht verloren, sie steckt nur in einem viel längeren Datensatz, als das Fenster enthält.

Nun die Sample Rate schrittweise erhöhen, etwa auf 60, 65 und 70 kSa/s. Mit wachsendem Abstand zur Nyquistfrequenz rückt die violette Kurve in der Mitte des Fensters immer näher an die orange heran. Die Regel dahinter: Je näher eine Frequenz an $f_s/2$ liegt, desto länger muss der Datensatz für eine richtige Rekonstruktion sein. Das ist ein weiterer Grund, warum reale Geräte deutlichen Abstand zur Nyquistfrequenz halten.

Teil 2 — Erfassungskette

Versuch 6: Woher die Vorgeschichte kommt

Schalter „an jedem Abschnitt anhalten“ ein, „Trigger löst selbst aus“ aus, Dezimierung 1:1, Trigger-Position 40 %, Tempo 3.

Mit „Weiter“ laufen lassen, bis der Ring voll ist und der Trigger scharf steht. Nun eine Weile zusehen: Der Schreibzeiger läuft um, und die Zellen färben sich beim zweiten Umlauf neu ein — jeder Wert überschreibt den ältesten. Das Feld „Datensatz im Arbeitsspeicher“ bleibt dabei leer.

Jetzt „Trigger von Hand auslösen“. Der Post-Trigger-Zähler beginnt zu laufen, und erst er füllt die orangen Zellen. Die blauen Zellen der Vorgeschichte werden nicht mehr angefasst — sie standen längst im Ring.

Die Probe aufs Exempel: Trigger-Position auf 100 % stellen und den Versuch wiederholen. Der Zähler steht sofort auf null, die Erfassung hält im selben Augenblick an, und der Datensatz besteht ausschließlich aus Werten, die vor dem Ereignis aufgenommen wurden. Bei 0 % ist es umgekehrt: Nach dem Ereignis muss der Ring noch einmal vollständig beschrieben werden, das dauert sichtbar länger.

Erklärung: Das Ereignis holt keine Daten herbei, es startet nur einen Zähler. Ohne den ständig umlaufenden Ringpuffer gäbe es keine Vorgeschichte, und ein Oszilloskop könnte nichts zeigen, was vor dem Trigger liegt.

Versuch 7: Was die Dezimierung verwirft

„Kurzer Störimpuls im Signal“ einschalten, Dezimierung 1:10, Erfassungsart Sample. Einmal ganz durchlaufen lassen.

Im Signalbild ragt der Störimpuls als einzelner grauer Ring deutlich heraus. Im Datensatz unten fehlt er in aller Regel — von zehn Werten des Wandlers kommt nur einer in den Speicher, und die Wahrscheinlichkeit, dass es gerade der Störimpuls ist, beträgt ein Zehntel.

Nun auf **Peak Detect** umschalten und wiederholen. Jetzt steht der Störimpuls jedesmal im Datensatz, denn diese Erfassungsart behält von jedem Intervall das Minimum und das Maximum. Im Signalbild erscheinen dazu senkrechte Striche, im Datensatz die hellen Balken über der Kurve.

Zum Vergleich noch **HiRes**: Dort wird gemittelt. Der Störimpuls verschwindet fast vollständig, dafür wird die Kurve glatter.

Erklärung: Der Trigger sitzt vor der Dezimierung und sieht jeden Wert des Wandlers. Was in den Speicher kommt, entscheidet dagegen die Erfassungsart. Deshalb kann ein reales Gerät auf ein Ereignis triggern, das in der angezeigten Kurve nicht zu sehen ist — ein Grund, bei der Suche nach kurzen Störungen Peak Detect einzuschalten.

Versuch 8: Der Unterschied der beiden Triggerbauweisen

Dezimierung 1:1, „Trigger löst selbst aus“ ein, „an jedem Abschnitt anhalten“ aus.

Mit **Digitaler Trigger** dreimal hintereinander von vorn beginnen. Im Datensatz liegt die rote Triggerlinie jedesmal genau auf dem rot umkringelten Abtastwert.

Nun auf **Getrennter Trigger-Weg** umschalten und wieder dreimal durchlaufen lassen. Die Triggerlinie liegt jetzt neben dem Raster, und der angezeigte Versatz fällt bei jedem Durchlauf anders aus.

Erklärung: Der analoge Komparator schaltet irgendwann zwischen zwei Abtastungen; das Raster weiß davon nichts. Dieser wechselnde Betrag ist der Trigger-Jitter, der die Kurve auf dem Schirm verschmiert. Beim digitalen Trigger fällt die Entscheidung anhand eines Abtastwerts, der Triggerpunkt liegt deshalb immer auf dem Raster. Geräte mit dieser Bauweise erkennt man auch an ihrer sehr kurzen Wiederschaltzeit von einigen zehn Nanosekunden.